

Campi termici instazionari nella fase dell'idratazione di getti massicci in calcestruzzo interagenti con l'ambiente
Transient temperature fields in massive concrete castings interacting with the environment during the hydration phase

Campi termici instazionari nella fase dell'idratazione di getti massicci in calcestruzzo interagenti con l'ambiente

Transient temperature fields in massive concrete castings interacting with the environment during the hydration phase

1. Introduzione

Nelle costruzioni realizzate con calcestruzzo di cemento stagionato le azioni termiche più significative ai fini della risposta strutturale sono generalmente quelle indotte dall'interazione termo-dinamica con gli agenti climatici esterni [1].

Viceversa è noto che durante le fasi iniziali di maturazione di getti massicci, come tipicamente quelli che si eseguono per costruire o sopralzare una diga, il processo esotermico di idratazione del cemento Portland sviluppa all'interno della massa notevoli quantità di calore con conseguente innalzamento generale della temperatura, solo in parte influenzato dagli scambi superficiali [2].

Questo regime termico è fortemente variabile nel tempo: le distribuzioni spaziali di temperatura sono sin dai primi istanti di tipo non lineare a causa degli scambi superficiali e conducono nella maggior parte dei casi, in dipendenza della forma del getto e delle condizioni di vincolo, alla formazione di tensioni termiche di trazione che possono provocare la fessurazione precoce del calcestruzzo giovane [3], [4], [5], [6], [7], [8].

In questo caso la durabilità del manufatto - e alla lunga anche la sua sicurezza - vengono compromesse perché le fessure costituiscono una via preferenziale di penetrazione degli agenti aggressivi del calcestruzzo e delle armature, quando presenti.

Nello stesso tempo, strati di calcestruzzo posti a diverse distanze dalla superficie subiscono storie termiche non uniformi e quindi processi di maturazione diversi [9]. Lo sviluppo delle proprietà elastiche e viscose del materiale risulta perciò variabile da strato a strato ed influenza significativamente l'intensità, la distribuzione spaziale ed il decorso temporale del campo di coazioni termiche [10], [11], [12]. Il complesso fenomeno, così brevemente delineato, è influenzato da numerosi fattori: oltre alla finezza di macinazione dei granuli di cemento, alla composizione del conglomerato, alle modalità di posa in opera dei getti [2], [5], [6], particolare importanza viene rivestita dalle condizioni di scambio termico che si manifestano sulla superficie libera del getto a contatto con l'ambiente esterno, dipendenti come noto dalla temperatura dell'aria, dalla radiazione solare diretta e diffusa, dalla velocità del vento (v.ad es. [1]).

Si comprende che la conoscenza dello sviluppo spaziale e temporale dei campi termici costituisce il presupposto fondamentale per la esecuzione di previsioni e stime realistiche delle autotensioni termiche ed in effetti proprio questo obiettivo è stato perseguito principalmente nelle numerose ricerche svolte fino ad oggi attorno a questa tematica [3] [12]. In questi lavori, l'analisi delle distribuzioni non stazionarie di temperatura in presenza di calore di idratazione e di scambi di calore superficiali è stata per lo più condotta mediante tecniche di soluzione dell'equazione di Fourier basate su metodi di discretizzazione, tra i quali tipicamente il metodo degli elementi finiti, impiegando programmi di calcolo commerciali o costruiti ad hoc. Nella memoria presente si propone, in alternativa, un metodo semplificato di stima del decorso temporale delle distribuzioni di tempe-

1. Introduction

In completely aged concrete structures the most significant thermal actions are of climatic origin. On the contrary, it is known that during the hardening phase of large castings like those used to build or heighten dams, the highly exothermic hydration process of the Portland cement develops large heat quantities within the concrete mass with a subsequent general temperature increase, only partially influenced by surface heat exchanges [2].

This thermal regime is strongly variable with time: the space temperature distributions are not linear since the beginnings of the process due to surface thermo dynamical interactions and promote in most cases premature cracking of the young concrete in dependence on the form of the casting and on the restraint conditions [3], [4], [5], [6], [7], [8]. In such cases, the durability of the work and in the long run also its safety result compromised because cracks let aggressive agents penetrate the mass, disgregate the concrete and corrode the steel reinforcement if present.

At the same time, concrete layers situated at different depths from the surface experience non-uniform thermal histories and consequently different aging processes [9]. The development of the elastic and viscous properties of the material is therefore variable from layer to layer and influences significantly the magnitude, the spatial distribution and the time progress of the thermal field [10], [11], [12].

The complex phenomenon, thus shortly sketched, is governed by many factors: beyond the milling finesse of the cement grains, the mix design, the casting procedures [2], [5], [6], particularly important are the conditions of heat exchange at the free surface directly interacting with the external environment, which depend – as known – mainly on shade air temperature, direct and diffuse solar radiation, wind speed (see for ex. [1]).

Of course the knowledge of the spatial and time dependence of the temperature fields is the necessary requirement to perform realistic predictions of the thermal eigen-stresses and this performance was indeed the goal of the many researches carried out until now on this problem [3] [12]. In these papers, the analysis of the transient temperature distributions due to hydration heat and to surface heat exchanges has been mostly conducted by means of solution techniques of the Fourier equation based on discretization methods, such as typically the FEM, with the help of commercial or ad hoc developed computer programmes.

The present paper suggests, alternatively, a simplified method to estimate the time progression of the temperature distributions that develop within concrete castings, of great and uniform thickness, interacting at the free boundary with the climatic environment and, at the other boundary surface, with massive, already existing and completely aged concrete volumes.

The solution of the problem is obtained by integrating the Fourier equation both in closed form and with the technique of the finite differences.



Maurizio Froli*, Gerardo Masiello**

*Dipartimento di Ingegneria Strutturale dell'Università di
Pisa

**Libero Professionista in Pisa

ratura che si sviluppano all'interno di getti di calcestruzzo di grande ed uniforme spessore interagenti, sulla frontiera libera, con l'ambiente climatico e, sull'altra frontiera, con getti massicci preesistenti già completamente stagionati. La soluzione del problema viene ottenuta integrando l'equazione di Fourier in forma chiusa e con la tecnica delle differenze finite.

2. Definizione del modello

2.1 Ipotesi semplificative di natura geometrica, termica e meccanica

In un getto di grandi dimensioni il fenomeno della produzione e del successivo smaltimento del calore di idratazione si svolge in un lungo periodo di tempo (talvolta anche qualche anno) a causa della bassa conducibilità del calcestruzzo di cemento. Se la costruzione avviene per sovrapposizione di getti massicci eseguiti in serie con assegnata cadenza temporale, i campi termici che si manifestano in un generico getto intermedio dipendono non solo dal calore di idratazione prodotto dallo strato in esame ma anche, a rigore, dalla quantità di calore che deve ancora essere prodotta nei getti precedenti e da quella che si è sviluppata nei getti seguenti.

Tuttavia la quasi totalità del calore di idratazione di un getto viene prodotta nella fase iniziale del suo periodo di maturazione, coincidente all'incirca con l'intervallo di tempo in cui il materiale raggiunge un grado di indurimento prossimo a quello finale. In questa fase anche le proprietà meccaniche e termiche del calcestruzzo subiscono gli sviluppi più significativi.

Per motivi di semplicità analitica, nella presente memoria si limita lo studio ad una singola operazione di getto, pensata unica ed isolata, trascurando le storie termiche dei getti precedenti.

Il modello può dunque essere applicato per la stima dei campi termici da calore di idratazione in due situazioni opposte: la prima situazione è quella di getti anche non massicci messi in opera a strati orizzontali contro una parete inclinata preesistente in modo da elevarne di molto lo spessore (Fig. 1a). Se gli intervalli di tempo che intercorrono tra un getto ed il successivo sono abbastanza brevi, è lecito assimilare la parte nuova ad un unico getto realizzato in una sola fase.

La seconda situazione è invece quella in cui strati di calcestruzzo di grande spessore vengono gettati in orizzontale uno sopra l'altro (Fig. 1b) ad intervalli di tempo così ampi da consentire di supporre ormai trascurabile la parte residua del calore di idratazione non ancora smaltita negli strati sottostanti l'ultimo.

Si ipotizza quindi in generale che la massa di calcestruzzo fresco sia comunque disposta in un unico strato di grande spessore sulla frontiera libera di un semispazio in calcestruzzo già completamente idratato. Si suppone inoltre che le dimensioni della superficie di interfaccia siano così elevate da rendere trascurabili nelle zone centrali gli effetti delle condizioni di bordo.

2. Model definition

2.1 Geometric, thermal and mechanical simplifying hypotheses

The low thermal conductivity of concrete hinders the dissipation of the hydration heat through surface losses and causes the long time duration of the transient hardening phase (sometimes even some years). If the building process consists in the overlapping of massive castings executed serially at given time intervals, thermal fields developing in a generic intermediate layer depend not only on the hydration heat produced by the layer itself but also, rigorously speaking, on the heat histories of the precedent and of the successive castings.

Nevertheless, almost the whole hydration heat of a casting develops in the initial phase of the hardening period, almost coincident with the time interval in which the material reaches an aging degree next to its final value. In this phase also the thermal and mechanical properties of concrete reach the most significative progresses.

For sake of analytical simplicity, in the present paper the study is limited to a single casting operation, schematised as unique and isolated, thus neglecting the thermal histories of the preceding castings. The model can then be used to estimate the temperature fields originated by the hydration process in two opposite ideal situations: the first one occurs when fresh concrete masses of even not great thickness are layered in horizontal strata against a pre-existing inclined wall in order to increase considerably its height (Fig. 1a).

If the time intervals that separate one casting to the next are sufficiently short, the whole additional concrete volume may be regarded as casted in place in a unique operation.

The second situation occurs on the contrary when concrete layers of great thickness are casted serially one above the other (Fig. 1b) at large time intervals so that it may be accepted to assume that the entire concrete volume beneath each new stratification has already come to an almost complete maturity and has thus exhausted all its hydration heat production.

For these reasons, we hypothesize that the mass of young concrete is in any case placed in a unique, very thick casting over the free surface of a completely hardened concrete half space. We suppose moreover that

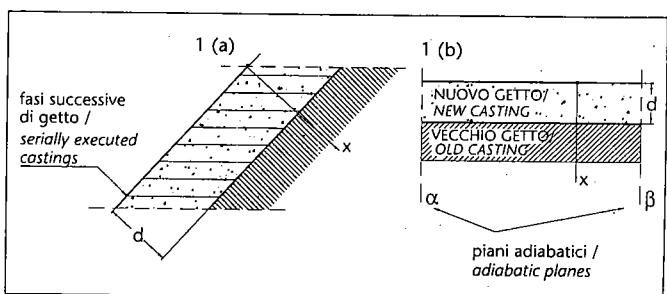


Fig. 1 - Geometria del modello.
Fig. 1 - Model geometry.

Il problema così posto viene descritto nello spazio da una sola variabile ed il modello fisico si riduce al semispazio indefinito costituito da due strati: il primo, sede di una sorgente di calore uniformemente diffusa e a contatto con l'ambiente esterno; il secondo, di spessore molto maggiore, privo di sorgenti termiche (Fig.1). L'esempio numerico sviluppato nella presente nota si riferisce alla situazione di Fig. 1 (a) in cui uno strato di calcestruzzo, di spessore $d = 384$ cm, viene realizzato contro una parete inclinata di grande spessore che rappresenta il paramento di una diga a gravità. Ancora per motivi di semplicità analitica è stata ipotizzata la omogeneità e la isotropia meccanica e termica del calcestruzzo fresco del nuovo strato e di quello, già maturo, dello strato sottostante, nonché la indipendenza dal tempo e dalla temperatura delle proprietà termiche e meccaniche.

Nella Tabella 1 sono riportati i valori dei vari parametri fisici adottati nella esecuzione dei calcoli dell'esempio.

2.2 Sviluppo del calore di idratazione del cemento in condizioni adiabatiche

L'entità del gradiente di temperatura che si sviluppa a seguito della reazione di idratazione del cemento è legata alla quantità di calore svolto e più ancora alla velocità con la quale esso si sviluppa. Infatti la stessa quantità di calore liberata in un intervallo di tempo relativamente lungo viene dissipata in misura maggiore, dando luogo ad un minore innalzamento e ad una più uniforme distribuzione di temperatura all'interno del getto.

Il calore di idratazione prodotto ad una determinata temperatura durante un processo completo di idratazione è essenzialmente funzione della composizione chimica del cemento e può quindi essere calcolato, con buona approssimazione, come somma dei calori di idratazione dei singoli componenti.

La velocità con cui il calore viene svolto dipende fortemente dalla temperatura alla quale avviene l'idratazione. Se la temperatura dell'impasto appena confezionato non supera i 30°C , dopo tre giorni si sviluppa circa la metà del calore totale.

Se si approssima l'andamento sperimentale della $Q(t)$ riportato in Figura 2 mediante una legge esponenziale del tipo (1) e si impone la condizione precedente, si ottiene $\gamma = 0.009627 \text{ h}^{-1}$.

$$Q(t) = E \cdot (1 - e^{-\gamma t}) \quad [\text{kcal/kg}] \quad (1)$$

La velocità di svolgimento del calore si ottiene immediatamente derivando la (1):

$$\dot{Q}(t) = -\gamma \cdot E \cdot (1 - e^{-\gamma t}) \quad [\text{kcal/hkg}] \quad (2)$$

$$\dot{q}(t) = \dot{Q}(t) \cdot C \quad [\text{kcal}/\text{hm}^3] \quad (3)$$

the extension of the interface plane is so large that border perturbations are quasi inexistent in the central zones.

With such a definition, the problem is spatially one dimensional and the physical model reduces to the half space constituted by two regions: in the first region a uniformly distributed heat source is present and the free surface interacts with the environment. The second region is much thicker than the first one and has no heat sources (Fig. 1).

The numerical example developed in this paper deals with the situation of Fig. 1a where a concrete layer, of thickness $d = 384$ cm, is placed against an inclined very thick concrete wall representing the downstream surface of a gravity dam.

Again for sake of analytical simplicity, thermal and mechanical efficiency has been supposed both for the young and for the aged concrete and also the time and the temperature independence of the physical material properties.

In the following table are collected the values of the different physical quantities adopted in the calculations of the numerical application.

2.2 Development of the hydration heat of the cement in adiabatic conditions

The magnitude of the temperature gradient that follows the hydration reaction of the cement depends on the quantity of developed heat and even more on the speed of heat production. Indeed, the same amount of heat can be dissipated more easily if developed during a long time interval causing a temperature distribution of lower intensity and more uniform distribution within the mass of the young concrete.

TABELLA/TABLE 1

Grandezze termo-meccaniche Thermo-mechanical quantities

Denominazione Denomination	Simbolo Symbol	Valore assunto Adopted value	Unità di misura Unit
Densità del calcestruzzo <i>Concrete density</i>	ρ	2400	kg/m^3
Condutibilità termica <i>Thermal conductivity</i>	λ	1.75	$\text{kcal}/\text{h}\cdot\text{m}^\circ\text{C}$
Dosaggio di cemento <i>Cement content</i>	C	300	kg/m^3
Coefficiente di scambio convettivo <i>Convection heat-transfer coefficient</i>	α	23.1	$\text{kcal}/\text{h}\cdot\text{m}^\circ\text{C}$
Rapporto di assorbimento <i>Adsorption coefficient</i>	A	0.8	-
Radiazione globale diretta giornaliera <i>Daily global direct solar radiation</i>	G	4067	kcal/m^2
Calore specifico del calcestruzzo fresco <i>Specific heat of the fresh concrete</i>	c_p	0.23	$\text{kcal}/\text{kg}^\circ\text{C}$
Diffusività termica <i>Thermal diffusivity</i>	a	3.170×10^{-3}	m^2/h



In Figura 2 sono riportati in grafico gli andamenti della (1) e della (2) per un calcestruzzo di cemento Portland tipo IV con un dosaggio di cemento pari a $C = 300 \text{ kg/m}^3$.

3. Definizione delle condizioni di interazione termica superficiale

3.1 Condizioni di scambio termico sulla superficie libera

La scrittura delle condizioni al contorno del problema in esame viene effettuata utilizzando i flussi di calore che attraversano le superfici del getto. Lo scambio termico tra un corpo solido e l'aria dell'ambiente esterno avviene notoriamente per convezione e per irraggiamento il quale è a sua volta scomponibile nelle aliquote dell'irraggiamento solare, ad onde corte, e dell'irraggiamento termico, ad onde lunghe, dovuto all'emissività della parete e dei corpi solidi limitrofi ed alla riverberazione atmosferica. E' noto che l'irraggiamento termico è esprimibile, secondo la legge di Stefan-Boltzmann, in funzione della quarta potenza della temperatura superficiale del solido, inizialmente incognita [1]. Tuttavia alcuni autori [13], [14], [15] ritengono trascurabile la quota dovuta all'irraggiamento termico perché l'emissione della parete e la riverberazione atmosferica sono di piccola entità e tendono a compensarsi a vicenda. In effetti il confronto, condotto su due strutture molto diverse tra loro, tra le previsioni teoriche ottenute per questa via ed i risultati sperimentali ha mostrato in entrambi i casi una approssimazione molto soddisfacente per i fini dell'analisi strutturale [16], [17] e d'altra parte l'eliminazione dell'irraggiamento termico rende lineare la formulazione delle condizioni al contorno consentendo di utilizzare la soluzione in forma chiusa del problema del semispazio lambito da aria soggetta ad oscillazioni periodiche di una temperatura fittizia o equivalente, come mostrato in seguito.

Sul bordo la somma dei flussi di calore in entrata, q_i , ed in uscita, q_e , deve egualare il flusso di calore q che penetra nel solido per conduzione. Si ottiene così:

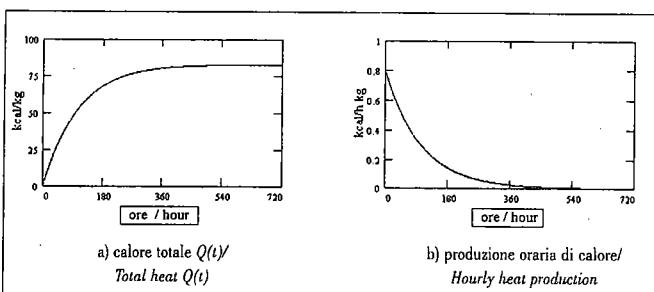


Fig. 2 - Svolgimento del calore di idratazione.
Fig. 2 - Development of the hydration heat.

At constant temperature, the whole amount of the hydration heat produced is substantially function of the chemical composition of the cement and can be calculated, with good approximation, as sum of the hydration heats of the single components.

The speed of heat production depends strongly on the temperature at which the hydration takes place. If the temperature of the fresh mixture does not exceed 30°C , the half of the comprehensive heat amount has already produced just after three days.

By approximating the experimental law of type (1) and imposing the preceding condition, we obtain $\gamma = 0.09627 \text{ h}^{-1}$.

$$Q(t) = E \cdot (1 - e^{-\gamma t}) \quad [\text{kcal/kg}] \quad (1)$$

The heat production speed is immediately deduced by deriving expression (1):

$$\dot{Q}(t) = -\gamma \cdot E (1 - e^{-\gamma t}) \quad [\text{kcal/hkg}] \quad (2)$$

$$\dot{q}(t) = \dot{Q}(t) \cdot C \quad [\text{kcal/hm}^3] \quad (3)$$

In Figure 2 are plotted expressions (1) and (2) for a Portland cement type IV with a cement content $C = 300 \text{ kg/m}^3$.

3. Statement of the conditions of surface thermal interaction

3.1 Exchange conditions at the free surface

The boundary conditions of the problem are written in terms of heat fluxes passing through the surface of the casted concrete mass. It is known that thermal exchanges between air and a solid body take place by means of convection and radiation, the latter being composed by the short waved solar radiation and the long waved thermal radiation as consequence of the emissivity of the body, of the neighbouring solids and also of the atmospheric re-irradiation. It is known as well that thermal radiation may be described according to the Stefan-Boltzmann law, as fourth degree exponential function of the surface temperature of the body, initially unknown [1]. Nevertheless some authors [13], [14], [15] are of the opinion that heat exchanges produced by thermal radiation alone are negligible because each of them has little magnitude and the different contributions are counter acting and tend to be self-compensated. As a matter of fact, comparisons performed on two structures of very different shape and size between theoretical predictions carried on such hypotheses and experimental results, showed a very good agreement for the purposes of the structural analysis [16], [17]. On the other hand, the elimination of the thermal radiation term linearizes the formulation of the boundary conditions thus allowing the use of the closed form solution of the problem of the

$$q = q_i - q_c \quad (4)$$

La quantità di calore trasmessa per conduzione è data dall'equazione di Fourier scritta per solidi termicamente omogenei ed isotropi:

$$q = -\lambda \cdot \text{grad}(T)$$

essendo T la temperatura e $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$ il coefficiente di conducibilità termica del solido.

3.1.1 L'irraggiamento solare diretto e diffuso

Per irraggiamento solare diretto si intende la quota di energia solare che investe una superficie illuminata dal sole. Attraversando l'atmosfera una frazione dell'energia irradiata viene assorbita e raggiunge in parte la Terra come irraggiamento diffuso. Indicando con I e D rispettivamente l'irraggiamento solare diretto e diffuso, la potenza raggiante assorbita per unità di superficie di calcestruzzo sarà:

$$q_i = A \cdot (I + D) \quad (5)$$

dove A esprime il rapporto di assorbimento della parete, dipendente essenzialmente dal suo colore. Per superfici grezze di calcestruzzo si adotta usualmente $A = 0.7 \div 0.8$.

Nella valutazione di I e D che segue si elaborano i dati climatici relativi al "giorno medio" del mese di luglio, nel quale i dati orari sono le medie delle misure effettuate alla stessa ora di tutti i mesi di luglio di un lungo periodo di osservazione nel sito di interesse [18]. Nel caso in esame la località è la alta Valdarno dove è stato ipotizzato l'intervento di sopralzo di una diga. Si fa inoltre l'ipotesi che tali condizioni ideali si ripetano per un numero sufficiente di giorni senza apprezzabili variazioni (regime periodico stabilizzato).

E' noto che la quantità di energia solare che investe una superficie orizzontale dipende dall'ora del giorno e dal periodo dell'anno, cioè dalla posizione apparente del Sole rispetto alla Terra. Essa è definita dall'altezza solare h , angolo compreso tra la direzione dei raggi solari e l'orizzonte (Fig.3a), espressa dalla relazione:

$$h(\tau) = \arcsin(\cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t + \sin\varphi \cdot \sin\delta) \quad (6)$$

dove φ è la latitudine del luogo, δ è la declinazione solare e t è l'angolo orario che esprime l'ora del giorno in riferimento alla posizione del sole (v. anche [1]).

Se indichiamo con G la radiazione globale diretta giornaliera che investe una superficie orizzontale nel luogo di osservazione, possiamo esprimere la sua distribuzione $i_g(\tau)$ nell'arco dell'intero giorno mediante la relazione empirica suggerita da Duen-Ho, Chi-Ho-Liu [19]:

half-space lapped on by air submitted to a periodic oscillating equivalent temperature, as shown in the next part.

At the boundary the sum of the incoming heat flux, q_i , and the outgoing heat flux q_c , must be equal to the heat flux penetrating the body by means of conduction. We thus obtain:

$$q = q_i - q_c \quad (4)$$

The heat quantity transmitted through conduction is given by the Fourier equation written for thermally and mechanically isotropic and homogeneous solids:

$$q = -\lambda \cdot \text{grad}(T)$$

where T is the temperature and $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$ the thermal conductivity coefficient of the solid material.

3.1.1 Direct and diffuse solar radiation

Direct solar radiation is the part of the sun energy that hits a surface illuminated by the sun. When crossing the atmosphere, a fraction of the radiating energy is absorbed and a part comes to the Earth as diffuse solar radiation.

If we denote with I and D respectively the direct and the diffuse solar radiation, the radiating power absorbed per unit area of the concrete surface is:

$$q_i = A \cdot (I + D) \quad (5)$$

where A is the absorption coefficient of the surface, mainly dependent on the surface colour. For rough concrete surfaces the value $A = 0.7 \div 0.8$ is usually taken.

In the following quantification of I and D , the climatic data related to the "mean July monthly day" are utilized where each hourly quantity is the average of all the measures of that quantity taken in the place under study, at that hour, every day of July, for a long period of time [18].

In our case the location is the upper Arno valley where an existing concrete gravity dam has been supposed to be submitted to a heightening operation. We hypothesize moreover that the idealized climatic conditions of the mean monthly day repeat for a sufficient number of days without significant variations (steady periodic regime). As known, the amount of solar energy irradiated over a horizontal surface depends on the hour of the day and on the period of the year, i.e. on the apparent position of the sun with respect to the Earth defined by the solar height which is the angle comprised between the direction of the sun's rays and the horizont (Fig.3a), expressed by the formula:

$$h(\tau) = \arcsin(\cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t + \sin\varphi \cdot \sin\delta) \quad (6)$$

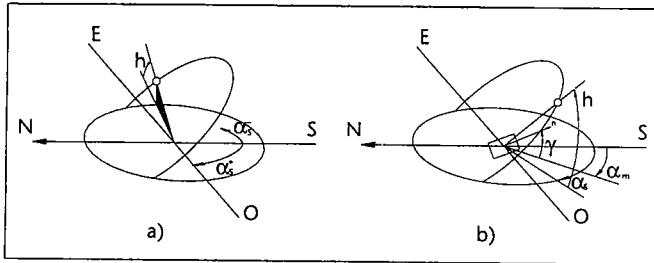


Fig. 3 - Definizione di altezza solare.
Fig. 3 - Definition of solar height.

$$i_o(\tau) = \frac{2 \cdot G}{3(\tau_2 - \tau_1)} \left[2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot (\tau - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \right) + \sin \left(\frac{\pi \cdot (\tau - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \right) \right] \quad (7)$$

definita nell'intervallo

$$g_o : \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$$

in cui τ_1 e τ_2 rappresentano gli istanti in cui il sole sorge e tramonta.

Indicato con α_s l'azimut solare, espresso da:

$$\alpha_s(\tau) = \arcsin \left(\frac{\cos \delta \cdot \sin t}{\cos h} \right)$$

la radiazione solare diretta su di una superficie piana inclinata di un angolo ψ sull'orizzontale e di azimut α_m è data in ogni istante dalla somma delle proiezioni lungo la normale alla superficie delle componenti verticale ed orizzontale in direzione α_m del vettore radiazione solare diretta (Fig.3b):

$$i(\tau) = i_o(\tau) \cdot \left[\frac{\cos(\alpha_s - \alpha_m)}{\tan(h)} \cdot \sin \psi + \cos \psi \right] \quad (8)$$

Detti τ_3 e τ_4 rispettivamente gli istanti in cui la superficie comincia e cessa di essere illuminata dal sole, si definisce $I(\tau)$ la funzione energia raggiante solare diretta, pari a:

$$I(\tau) = i_o(\tau) \quad \text{se } \tau \in g: \tau_3 \leq \tau \leq \tau_4$$

$$I(\tau) = 0 \quad \text{se } \tau \notin g$$

La radiazione solare diffusa dipende esclusivamente dalla posizione del sole. Con sufficiente approssimazione si possono interpolare i dati misurati con una funzione di Gauss:

$$d(\tau) = \frac{d}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b-\tau}{\sigma} \right)^2} \quad (9)$$

where φ is the latitude of the place, δ is the solar declination and t is the hourly angle, that is the daily hour referred to the position of the sun (see also [1]).

If we indicate with G the daily global of direct solar radiation on horizontal surface at the study place, we can describe its distribution $i_o(\tau)$ over the length of the whole day by means of the empiric formula suggested by Duen-Ho, Chi-Ho-Liu [19]:

$$i_o(\tau) = \frac{2 \cdot G}{3(\tau_2 - \tau_1)} \left[2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot (\tau - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \right) + \sin \left(\frac{\pi \cdot (\tau - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} \right) \right] \quad (7)$$

defined in the interval

$$g_o : \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$$

where τ_1 e τ_2 represent the instants respectively of sunrise and sunset. If α_s is the solar azimuth, given by:

$$\alpha_s(\tau) = \arcsin \left(\frac{\cos \delta \cdot \sin t}{\cos h} \right)$$

the direct solar radiation on a plane surface of azimuth α_m , inclined of the angle ψ on the horizontal, is at every instant the sum of the projections on the normal to the surface of the vertical and horizontal components of the vector direct solar radiation acting along the direction α_m (Fig.3b):

$$i(\tau) = i_o(\tau) \cdot \left[\frac{\cos(\alpha_s - \alpha_m)}{\tan(h)} \cdot \sin \psi + \cos \psi \right] \quad (8)$$

Called τ_3 e τ_4 respectively the instants where the surface begins and terminates to be lightened by the sun, we define direct solar radiating energy the function $I(\tau)$ such that:

$$I(\tau) = i_o(\tau) \quad \text{if } \tau \in g: \tau_3 \leq \tau \leq \tau_4$$

$$I(\tau) = 0 \quad \text{if } \tau \notin g$$

The diffuse solar radiation D depends only on the position of the sun. It is possible to interpolate with sufficient approximation the measured data by means of a Gaussian distribution:

$$d(\tau) = \frac{d}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b-\tau}{\sigma} \right)^2} \quad (9)$$

In which D is the daily total of diffuse solar radiation, expressed in kcal/m^2 , $d(\tau)$ is its hourly distribution, σ is the standard deviation and b is the instant of the day when $d(\tau)$ reaches its maximum. As before, we define direct solar radiating energy the function $D(\tau)$ such that:

Nella quale d è l'energia raggiante diffusa totale giornaliera, espressa in kcal/m², $d(\tau)$ è la sua distribuzione oraria, σ è lo scarto quadratico medio e b è l'istante del giorno in cui la $d(\tau)$ raggiunge il valore massimo. Analogamente a prima, si definisce energia raggiante solare diffusa la funzione:

$$D(\tau) = d(\tau) \quad \text{se} \quad \tau \in g_0$$

$$D(\tau) = 0 \quad \text{se} \quad \tau \notin g_0$$

Riscriviamo l'equazione (4) esplicitandone i termini:

$$q = A \cdot (I + D) - \alpha \cdot (T_w - T_a) \quad (10)$$

dove α è il coefficiente di scambio convettivo, esprimibile empiricamente mediante la

$$\alpha = \alpha_k + \beta w \quad [\text{kcal}/\text{hm}^2\text{°C}]$$

nella quale w è la velocità del vento in m/sec, α_k è il coefficiente di convezione in aria libera, e β è un coefficiente costante. Nell'esempio svolto si è assunto, seguendo Franke [13], $\alpha_k = 6.5 \text{ kcal}/\text{hm}^2\text{°C}$, $\beta = 3.5$ mentre la velocità del vento è stata assunta pari a $w = 4.75 \text{ m/s}$.

3.1.2 La temperatura equivalente sole-aria

Definiamo temperatura equivalente sole-aria, o temperatura fittizia, la temperatura alla quale deve essere posta l'aria affinché lo scambio termico convettivo tra questa e la superficie esterna egualgi lo scambio termico totale, somma della quota convettiva e di quella radiante. Imponendo che

$$q = \alpha \cdot (T_w - T_{eq}) = \alpha \cdot (T_w - T_a) - A(I + D) \quad (11)$$

Si ottiene:

$$T_{eq}(\tau) = T_a(\tau) + \frac{A}{\alpha} (I + D) \quad (12)$$

L'oscillazione giornaliera della temperatura dell'aria nel mese di luglio (Fig.4) si può esprimere, con buona approssimazione, mediante una funzione sinusoidale:

$$T_a(\tau) = T_m + \Delta T \cdot \cos \left[\frac{2\pi(\tau+\omega)}{P} \right] \quad (13)$$

essendo T_m e ΔT rispettivamente il valore medio e la semidifferenza tra i valori massimo e minimo misurati, ω è la fase e $P = 24 \text{ h}$ (v. Fig.4).

$$D(\tau) = d(\tau) \quad \text{if} \quad \tau \in g_0$$

$$D(\tau) = 0 \quad \text{if} \quad \tau \notin g_0$$

Let us rewrite equation (4) in explicit form:

$$q = A \cdot (I + D) - \alpha \cdot (T_w - T_a) \quad (10)$$

α is the convective heat exchange coefficient, empirically expressed by:

$$\alpha = \alpha_k + \beta w \quad [\text{kcal}/\text{hm}^2\text{°C}]$$

where w is the wind speed, [m/sec], α_k is the convection coefficient in open air and β is a constant coefficient.

Following Franke [13], in the worked example a wind speed of $w = 4.75 \text{ m/s}$ has been assumed and $\alpha_k = 6.5 \text{ kcal}/\text{hm}^2\text{°C}$, $\beta = 3.5$.

3.1.2 The equivalent temperature

Let us define equivalent temperature, or fictitious temperature, the temperature at which must be put the air so that the convective heat exchange between air and the boundary surface is equal to the total heat exchange, composed by the convective part and by the radiating part. Imposing that

$$q = \alpha \cdot (T_w - T_{eq}) = \alpha \cdot (T_w - T_a) - A(I + D) \quad (11)$$

we get:

$$T_{eq}(\tau) = T_a(\tau) + \frac{A}{\alpha} (I + D) \quad (12)$$

The daily oscillation of the air temperature during the month of July (Fig.4), may be expressed, with good approximation, with a sinusoidal function:

$$T_a(\tau) = T_m + \Delta T \cdot \cos \left[\frac{2\pi(\tau+\omega)}{P} \right] \quad (13)$$

where T_m and ΔT are respectively the mean value and the semi-difference between maximum and minimum measured values, ω is the phase and $P = 24 \text{ h}$ (see Fig.4).

4. Calculation of the temperature distributions induced by the climatic agents

4.1 Closed form solution

The simplicity of the adopted model allows to obtain a closed form solution. The equation of heat conduction in one dimension reduces to:

4. Calcolo delle distribuzioni di temperatura indotte dagli agenti climatici

4.1 Soluzione in forma chiusa

La semplicità del modello adottato offre la possibilità di ottenere la soluzione in forma chiusa. L'equazione della conduzione del calore in un problema monoassiale si riduce alla:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{d^2T}{dx^2} = a \frac{d^2T}{dx^2} \quad (14)$$

Nel presente caso è nota la temperatura del fluido che lambisce la parete, pari alla temperatura equivalente. La soluzione del problema è stata fornita da Boelter [20] per una temperatura del mezzo circondante variabile con legge sinusoidale. Per questo motivo è necessario approssimare l'espressione della temperatura equivalente con una somma di funzioni sinusoidali. Utilizzando uno sviluppo in serie di Fourier interrotto al sesto termine si ottiene (Fig. 5):

$$f T_{eq}(\tau) = T_a(\tau) + \frac{A}{\alpha} \cdot f(\tau) \quad (15)$$

Dove

$$f(\tau) = A_o + \left[\sum_{k=1}^6 a_{l,k} \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) + \sum_{k=1}^6 b_{l,k} \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) \right]$$

$$A_o = \frac{1}{P} \cdot \int_0^{24} (I(\tau) + D(\tau)) d\tau$$

$$a_{l,k} = \frac{2}{P} \cdot \left[\int_0^{12} i(\tau) \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau + \int_{12}^{24} d(\tau) \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau \right]$$

$$b_{l,k} = \frac{2}{P} \cdot \left[\int_0^{12} i(\tau) \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau + \int_{12}^{24} d(\tau) \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau \right]$$

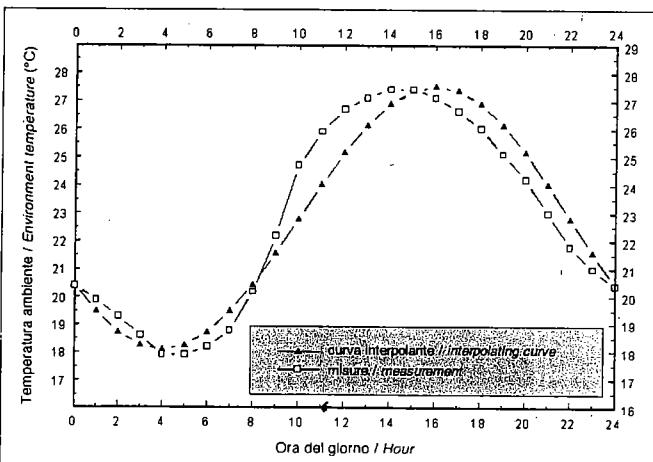


Fig. 4 - Andamento orario della temperatura dell'aria.
 Fig. 4 - Daily distribution of the air temperature.

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{d^2T}{dx^2} = a \frac{d^2T}{dx^2} \quad (14)$$

In the present case the temperature of the fluid that laps on the wall is the known equivalent temperature. The solution of the problem has been given by Boelter [20] for a fluid temperature variable with a sinusoidal law. For this reason it is necessary to approximate the expression of the equivalent temperature with a sum of sinusoidal functions. With a Fourier series expansion interrupted at the sixth term we have (Fig. 5):

$$f T_{eq}(\tau) = T_a(\tau) + \frac{A}{\alpha} \cdot f(\tau) \quad (15)$$

where

$$f(\tau) = A_o + \left[\sum_{k=1}^6 a_{l,k} \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) + \sum_{k=1}^6 b_{l,k} \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) \right]$$

$$A_o = \frac{1}{P} \cdot \int_0^{24} (I(\tau) + D(\tau)) d\tau$$

$$a_{l,k} = \frac{2}{P} \cdot \left[\int_0^{12} i(\tau) \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau + \int_{12}^{24} d(\tau) \cdot \cos \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau \right]$$

$$b_{l,k} = \frac{2}{P} \cdot \left[\int_0^{12} i(\tau) \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau + \int_{12}^{24} d(\tau) \cdot \sin \left(\frac{2\pi k}{P} \cdot \tau \right) d\tau \right]$$

It is now possible to solve equation (14). The equivalent temperature may be decomposed in a time constant term, given by the sum of T_m and $A A_o / \alpha$, and of a variable term, expressed by the sum of the sinusoidal functions. The constant part of T_{eq} induces in the concrete mass a stationary thermal regime corresponding to the following temperature distribution:

$$T_l(x) = T_w - \frac{T_w - T_f}{d} \cdot x \quad (16)$$

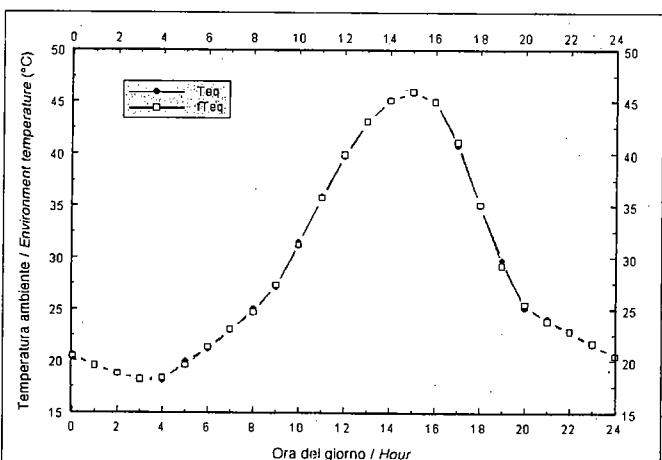


Fig. 5 - Temperatura equivalente.
 Fig. 5 - Equivalent temperature.

E' ora possibile risolvere l'equazione (14). La temperatura equivalente può essere scomposta in un termine costante nel tempo, dato dalla somma di T_m e $A A_0 / \alpha$, e di un termine variabile, espresso come somma di funzioni sinusoidali. La quota costante della T_{eq} induce nel getto un regime termico stazionario cui corrisponde la seguente distribuzione di temperatura

$$T_1(x) = T_w - \frac{T_w - T_f}{d} \cdot x \quad (16)$$

nella quale d è lo spessore medio della diga e T_f è la temperatura estiva dell'acqua del bacino retrostante, approssimativamente invariabile ad una sufficiente profondità nel periodo considerato.

T_w è la temperatura media della superficie libera fornita da:

$$T_w = T_e \left(1 - \frac{1}{\alpha \cdot R} \right) + \frac{T_f}{\alpha \cdot R}$$

in cui T_e è la temperatura equivalente media ed R la resistenza termica della diga, espressa in $(\text{kcal}/\text{h}^\circ\text{C})^{-1}$:

$$R = \frac{1}{\alpha} + \frac{d}{\lambda}$$

Per il termine variabile della (15), ponendo

$$\bar{A} = \sqrt{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot P \cdot u^2}} + 2 \cdot \frac{\pi}{a \cdot P \cdot u^2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot P}}$$

si ottiene

$$T_2(x, \tau) = \frac{\Delta T}{\bar{A}} \cdot e^{-\beta x} \cos \left[\frac{2\pi(\tau+\omega)}{P} - \beta x - \arctan \left(\frac{1}{1+u/\beta} \right) \right] \quad (17)$$

in cui si è posto, per comodità di scrittura, $u = \alpha/\lambda$.

Per la sommatoria dei k termini della serie di Fourier, ponendo anche qui per brevità

$$v_{1,k} = \sqrt{\frac{\pi k}{a \cdot P}} \quad \mu_{1,k} = \frac{2\pi k}{P} \quad \delta_{1,k} = u + \sqrt{\frac{\pi k}{a \cdot P}}$$

si ottiene

$$T_3(x, \tau) = \sum_{k=1}^6 e^{-v_{1,k} x} \frac{(a_{1,k} \delta_{1,k} - b_{1,k} v_{1,k}) \cos(\mu_{1,k} \tau - v_{1,k} x) + (b_{1,k} \delta_{1,k} + a_{1,k} v_{1,k}) \sin(\mu_{1,k} \tau - v_{1,k} x)}{u + 2v_{1,k} + 2 \frac{v_{1,k}}{u}}$$

La distribuzione di temperatura nel blocco di calcestruzzo a seguito

d is the average thickness of the dam, T_f is the summer temperature of the basin water, approximately constant at a sufficient depth during the considered period of time.

T_w is the mean temperature of the free surface given by:

$$T_w = T_e \left(1 - \frac{1}{\alpha \cdot R} \right) + \frac{T_f}{\alpha \cdot R}$$

where T_e is the mean equivalent temperature and R is the thermal resistance of the dam $[\text{kcal}/\text{h}^\circ\text{C}]^{-1}$:

$$R = \frac{1}{\alpha} + \frac{d}{\lambda}$$

Putting in the variable term of (15)

$$\bar{A} = \sqrt{1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot P \cdot u^2}} + 2 \cdot \frac{\pi}{a \cdot P \cdot u^2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot P}}$$

and $u = \alpha/\lambda$ we obtain

$$T_2(x, \tau) = \frac{\Delta T}{\bar{A}} \cdot e^{-\beta x} \cos \left[\frac{2\pi(\tau+\omega)}{P} - \beta x - \arctan \left(\frac{1}{1+u/\beta} \right) \right] \quad (17)$$

For what concerns the sum of the k terms of the Fourier series, with the positions

$$v_{1,k} = \sqrt{\frac{\pi k}{a \cdot P}} \quad \mu_{1,k} = \frac{2\pi k}{P} \quad \delta_{1,k} = u + \sqrt{\frac{\pi k}{a \cdot P}}$$

We obtain

$$T_3(x, \tau) = \sum_{k=1}^6 e^{-v_{1,k} x} \frac{(a_{1,k} \delta_{1,k} - b_{1,k} v_{1,k}) \cos(\mu_{1,k} \tau - v_{1,k} x) + (b_{1,k} \delta_{1,k} + a_{1,k} v_{1,k}) \sin(\mu_{1,k} \tau - v_{1,k} x)}{u + 2v_{1,k} + 2 \frac{v_{1,k}}{u}}$$

The temperature distribution induced by the daily oscillations of the climatic agents is then given, on the basis of the superposition principle, by the sum of the three contributions:

$$T(x, \tau) = T_1(x) + T_2(x, \tau) + T_3(x, \tau) \quad (18)$$

4.2 Solution with the Finite Difference Method

It must be observed that the Boelter solution of the half-space problem leaves out of consideration the transient period preceding the final response of the solid body, i.e., it could be rigorously applied only to a

delle oscillazioni termiche giornaliere è quindi ottenibile, in base alla sovrapponibilità degli effetti, dalla somma dei tre contributi:

$$T(x, \tau) = T_1(x) + T_2(x, \tau) + T_3(x, \tau) \quad (18)$$

4.2 Soluzione con il metodo delle differenze finite

È opportuno osservare che la soluzione di Boelter del problema del semispazio prescinde dal processo transitorio che precede la risposta definitiva del corpo solido, vale a dire, essa può essere a rigore applicata solo ad un corpo che si trova in regime stabilizzato, sia pure periodico, per il quale sono ormai ininfluenti le condizioni in cui esso si trovava inizialmente.

Il fenomeno in esame ha invece tutte le caratteristiche di un fenomeno transitorio, anche se molto dilatato nel tempo.

Per questo motivo, al fine di verificare se la approssimazione della soluzione di Boelter è accettabile, si è analizzato il problema del paragrafo precedente integrando la (14) con la tecnica delle differenze finite e risolvendo l'equazione mediante l'esecuzione iterativa di un algoritmo di calcolo.

La perturbazione della temperatura del solido generata dall'oscillazione giornaliera della temperatura ambiente si esaurisce a breve distanza dalla superficie; questo risultato ci permette di suddividere il semispazio in un numero finito di strisce di spessore assegnato Δx . Utilizzando le differenze centrali con errore del secondo ordine per la derivata seconda, e quelle in avanti con errore del primo ordine per la derivata prima, l'equazione di Fourier si trasforma in:

$$T_i^J = T_i a \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} \cdot (T_{i+1} - 2 \cdot T_i + T_{i-1}) \quad (19)$$

avendo indicato con $(T_i)^J$ e T_i rispettivamente la temperatura nella striscia i all'istante $\tau + \Delta \tau$ e τ . La precedente relazione ci consente di ottenere la temperatura della striscia i in un generico istante, nota che sia la distribuzione di temperatura all'istante precedente. Emerson [21] suggerisce di assumere:

$$a \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} = \frac{1}{4}$$

che oltre ad essere un'efficace semplificazione analitica, rappresenta una condizione sufficiente per la convergenza dell'espressione in quanto tutti i suoi coefficienti sono positivi. Sostituendo si ottiene:

$$T_i^J = 0,25 \cdot (T_{i+1} + 2 \cdot T_i + T_{i-1}) \quad (20)$$

L'equazione di bilancio termico della superficie è la nota legge di Newton:

$$q = \alpha \cdot (T_o - T_{eq})$$

body which already finds itself in a steady regime, although periodic, where initial conditions are not influent.

The phenomenon under study has on the contrary all the characteristic of transition, even if with a very slow time progression.

For this reason, in order to check if the approximation given by the Boelter solution is acceptable, the same problem of the preceding paragraph has been analysed by integrating equation (14) with an iterative procedure based on the method of the Finite Differences.

The temperature perturbation generated in the solid by the daily oscillation of the ambient temperature extinguishes at a low distance from the surface; this result allows us to subdivide the half space in a finite number of strips of given thickness Δx .

By utilizing the central differences with an error of the second order for the double derivate and the forward differences with a first order error for the simple derivate, the Fourier equation transforms into:

$$T_i^J = T_i a \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} \cdot (T_{i+1} - 2 \cdot T_i + T_{i-1}) \quad (19)$$

being $(T_i)^J$ and T_i respectively the temperature in the i^{th} strip at the instant $\tau + \Delta \tau$ and τ . The precedent expression allows us to calculate the temperature of the i^{th} strip at a generic instant, if the temperature distribution at the preceding instant is known. Emerson [21] suggests to assume:

$$a \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} = \frac{1}{4}$$

which is an effective analytical simplification and a sufficient condition for the convergence of the procedure since all the terms are positive.

Substituting we get:

$$T_i^J = 0,25 \cdot (T_{i+1} + 2 \cdot T_i + T_{i-1}) \quad (20)$$

The equation of thermal balance at the surface is the well known Newton's law:

$$q = \alpha \cdot (T_o - T_{eq})$$

which, written in form of finite differences, becomes:

$$\lambda \cdot \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2 \Delta x^2} = \alpha \cdot (T_o - T_{eq}) \quad (21)$$

Calculating T_{i-1} from (21) and substituting it into the first of equations (20), we obtain:

$$T_o^J = 0,25 \cdot \left[2 \cdot T_i + 2 \cdot T_o \cdot 2 \Delta x \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot (T_{eq} - T_o) \right] \quad (22)$$

that, together with equation (20) gives the solution.

che scritta in forma di differenze diventa:

$$\lambda \cdot \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x^2} = \alpha \cdot (T_o - T_{eq}) \quad (21)$$

Risolvendo la (21) per T_{i-1} e sostituendo nella prima delle (20), si ottiene:

$$T_o^J = 0.25 \cdot \left[2 T_i + 2 T_o + 2\Delta x \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot (T_{eq} - T_o) \right] \quad (22)$$

che insieme alle (20) fornisce la soluzione.

5. Calcolo delle distribuzioni di temperatura indotte dalla idratazione del getto fresco

L'equazione che governa nel caso monoassiale la trasmissione del calore tra corpi in presenza di sorgenti di calore uniformemente diffuse si scrive, come noto:

$$\frac{dT}{d\tau} = a \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q} \quad (23)$$

dove ρ è la densità del calcestruzzo, c_p è il suo calore specifico ed $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$ è la diffusività termica. Grazie alla linearità del problema è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti: ciò ci permette di indagare lo svolgimento del fenomeno considerando stazionarie le condizioni al contorno di scambio termico con l'ambiente esterno e sommare successivamente la soluzione così ottenuta alla distribuzione di temperatura indotta dalle oscillazioni termiche giornaliere. Per questo motivo, tenuta presente l'impostazione del problema termico del paragrafo precedente, si fissa la temperatura esterna costantemente nulla ed inoltre si impone la temperatura iniziale del semispazio nulla in ogni punto.

La soluzione è stata ottenuta in forma numerica con la semplice scrittura dell'equazione delle differenze. Anche in questo caso il modello viene suddiviso in un numero finito di strisce di spessore Δx , ammettendo così che il fenomeno si esaurisca ad una certa distanza dalla superficie, strettamente correlata al periodo di osservazione [6], [7]. Infatti, a causa dell'elevata inerzia termica del manufatto, l'onda di temperatura si sposta verso l'interno del corpo diga molto lentamente, con valori massimi sempre più piccoli. Per questo motivo nel breve periodo in cui si sviluppa (e si considera esaurita) la maggior parte del calore di idratazione, il fenomeno non interessa gli strati più interni del corpo diga, bensì risulta estinto ad una distanza dalla superficie esterna pari a circa tre volte lo spessore del nuovo getto. La (23) diventa allora:

$$T_i^J = 0.25 \cdot (T_{i+1} + 2 T_i + T_{i-1}) + \frac{\Delta\tau}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q}_{\tau+\Delta\tau, \tau} \quad (25)$$

5. Calculation of the temperature distributions induced by hydration

The equation that describes in one dimension the heat transfer between bodies in presence of uniformly distributed heat sources can be written, as known, in the following differential form:

$$\frac{dT}{d\tau} = a \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q} \quad (23)$$

being ρ the concrete density, c_p the specific heat and $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$ the thermal diffusivity. Thanks to the linearity of the problem, it is possible to apply the superposition principle that allows to study the progress of the phenomenon assuming that the boundary conditions of thermal exchange with the outer environment are steady and summing later the so obtained solution with the temperature distribution induced only by the daily oscillations of the equivalent temperature. For this reason, bearing in mind the position given in the preceding paragraph to the thermal problem, we put zero the outer equivalent temperature and also the initial temperature of all the points of the half space.

The solution has been obtained numerically simply by writing the equation in the form of the finite differences. Also in this case the model is subdivided into a finite number of strips of Δx thickness, thus admitting that the phenomenon extinguishes at a given depth from the surface, strictly correlated to the observation period [6], [7]. Indeed, due to the elevated thermal inertia of the embankment, the temperature wave travels towards the interior of the dam very slowly with lower and lower maximum values.

For this reason, in the short period within which the prevalent part of the hydration heat is produced (and also exhausted), the phenomenon does not involve the deepest layers of the embankment, but it is practically extinguished at a distance from the surface that is around three times the thickness of the new casting.

Equation (23) than becomes:

$$T_i^J = 0.25 \cdot (T_{i+1} + 2 T_i + T_{i-1}) + \frac{\Delta\tau}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q}_{\tau+\Delta\tau, \tau} \quad (25)$$

being $\dot{q}_{\tau+\Delta\tau, \tau}$ the mean heat production at instant $\Delta\tau$.

The transformation of the boundary conditions follows as well immediately

$$\lambda \cdot \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x} = \alpha \cdot T_i \quad (26)$$

Which represents the balance equation of the incoming heat flux when the outer temperature is constantly zero.

Calculating T_{i-1} and substituting it into the equation of the finite differences we get:

$$T_i^J = 0.25 \cdot \left[2 T_{i+1} + 2 \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \Delta x \right) \cdot T_i \right] + \frac{\Delta\tau}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q}_{\tau+\Delta\tau, \tau} \quad (27)$$

y avendo indicato con $\dot{q}_{t+\Delta\tau,\tau}$ l'emissione media di calore nell'istante $\Delta\tau$.

n La trasformazione delle condizioni al contorno risulta altrettanto immediata:

$$\lambda \cdot \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x} = \alpha \cdot T_i \quad (26)$$

rappresentante l'equazione di bilancio del flusso di calore entrante nel blocco di calcestruzzo per temperatura esterna costantemente nulla. Risolvendo per T_{i-1} e sostituendo nell'equazione delle differenze, si ottiene:

$$T_i^J = 0.25 \cdot \left[2 T_{i+1} + 2 \cdot \left(1 - \Delta x \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \right) \cdot T_i \right] + \frac{\Delta\tau}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{q}_{t+\Delta\tau,\tau} \quad (27)$$

che fornisce per un dato istante la temperatura della superficie del getto.

6. Presentazione dei risultati

Di seguito sono riportati, sotto forma di grafici, i risultati numerici dello svolgimento dell'algoritmo di calcolo. La dizione "soluzione analitica" contrassegna i grafici nei quali le temperature di origine climatica sono state ottenute con la soluzione di Boelter per il problema del semispazio, mentre la dizione "soluzione numerica" indica quelli nei quali le temperature di origine climatica sono state ottenute con la tecnica delle differenze finite.

Si osserva dalle figure che il picco di temperatura si sposta con il tempo verso l'interno del corpo diga diminuendo di intensità. Il valore massimo di temperatura, pari a circa 57°C, si raggiunge intorno al decimo giorno ad una distanza di circa 250 cm dalla superficie libera (Fig. 6).

E' possibile notare come le sezioni poste ad una distanza superiore a 8 m dalla superficie libera del getto non siano affatto interessate dal fenomeno nei primi dodici giorni di osservazione: negli strati più interni, infatti, il gradiente temporale risulta molto attenuato, per contro il fenomeno ha una durata maggiore.

La quasi perfetta sovrapponibilità tra le curve ottenute mediante la soluzione dell'equazione di trasporto in forma chiusa (Fig.7a) e quelle dedotte per via numerica (Fig.7b) prova che nel caso presente è sufficientemente approssimato utilizzare la soluzione di Boelter per descrivere l'influenza degli agenti climatici sull'andamento della temperatura all'interno dello spessore della diga anche se non sono perfettamente rispettate le effettive condizioni iniziali del fenomeno in esame.

E' già stato trovato in precedenza che i campi termici calcolati sotto l'ipotesi di regime periodico stabilizzato approssimano bene la situazione reale non appena le condizioni climatiche giornaliere si ripetono per pochi giorni, anche in strutture dotate di discreta inerzia ter-

that gives the surface temperature of the concrete in a generic time instant.

6. Results presentation

The numerical results obtained with the above illustrated algorithm are graphically represented in the following diagrams. The term "analytical solution" marks the graphs where climate induced temperatures are deduced with the solution of Boelter for the problem of the half space, while the term "numerical solution" marks the graphs where climate induced temperatures are calculated with the finite differences method.

It can be observed from the figures that the temperature peak moves towards the inner of the embankment diminishing at the same time in magnitude.

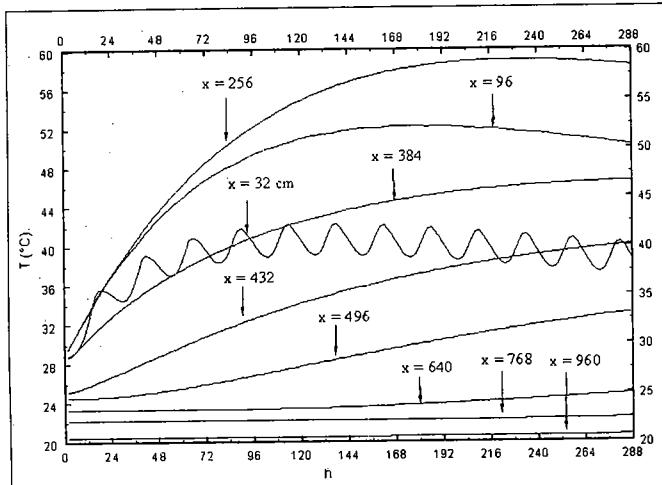
The maximum temperature value, almost 57°C, is reached around the tenth day at a distance of about 250 cm from the free surface (Fig. 6). It is also evident that sections put at a distance from the free surface greater than 8 m are not influenced at all by the phenomenon within the first twelve observation days: in the inner layers the time gradient is strongly attenuated but on the other hand the phenomenon has a longer duration.

The almost perfect coincidence between the curves obtained by means of the closed form solution of the heat transfer problem (Fig.7a) and by means of the numerical procedure (Fig.7b) proves that in the present case it is sufficiently approximated to utilize the Boelter's solution to describe the influence of the climatic agents on the temperature distribution within the thickness of the dam even if the real initial conditions are not perfectly satisfied.

It has already been found in precedence that the temperature fields calculated under the hypothesis of steady periodic regime approach well the real situation as soon as the daily climatic conditions repeat for few days, even in structures of significant thermal inertia [16].

In the present case it happens that the oscillating frequency of the climatic conditions of the outer air environment is relatively high with respect to the great thermal inertia of the construction. Thus, the climate induced temperature waves, that propagates from the free surface towards the inner part of the casting, extinguish practically already at the depth of one metre and these skin strata reaches in a short time thermal conditions that are very close to those of the steady periodic regime, then well represented by the Boelter's solution.

On the contrary, the phenomenon of hydration develops slowly and also its propagation is slowed down by the scarce thermal conductivity of concrete. Observing in Fig.8 the diagram of the temperature curves calculated at different times of the tenth day, it can be deduced that during 24 hours the temperature variation caused by the hydration



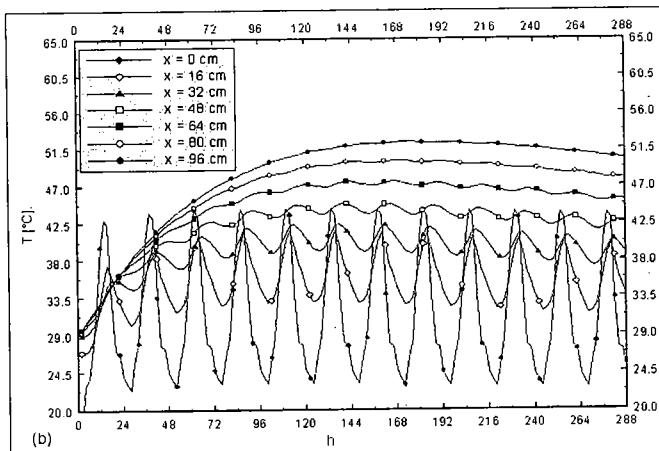
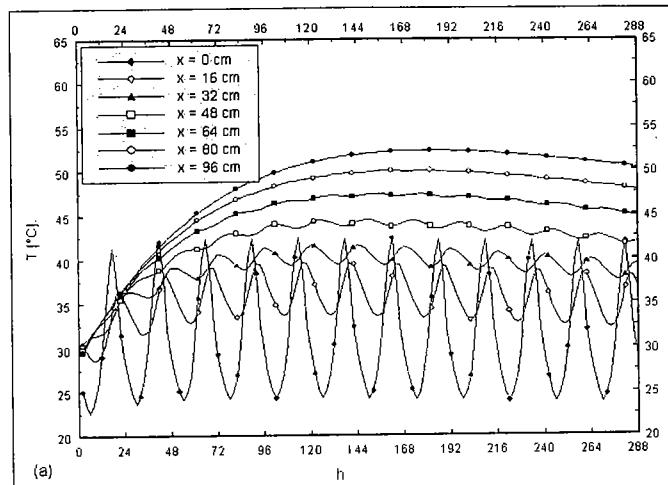
• Fig. 6 - Andamento temporale del bulbo di temperatura a diverse distanze dalla superficie esterna.
 • Fig. 6 - Time progress of the temperature bulb at different distances from the outer surface.

mica [16]. Nel caso presente accade che la frequenza di oscillazione delle condizioni climatiche dell'ambiente aeriforme esterno risulta molto elevata in relazione alla grande inerzia termica del manufatto per cui le onde termiche di origine climatica, che si propagano dalla superficie libera verso l'interno del getto, si estinguono praticamente già alla profondità di un metro e questi strati corticali raggiungono in poco tempo condizioni prossime a quelle del regime periodico stabile, dunque ben approssimate dalla soluzione di Boelter.

Viceversa il fenomeno della produzione del calore di idratazione avviene lentamente e anche la sua propagazione è resa lenta dalla bassa conducibilità del calcestruzzo. Osservando in Figura 8 il diagramma delle curve di temperatura calcolate in diverse ore del decimo giorno, si deduce che nelle 24 ore la variazione di temperatura dovuta alla produzione del calore di idratazione del cemento e al suo smaltimento superficiale è molto piccola e praticamente trascurabile. Di conseguenza, si può approssimativamente ritenere stazionaria, nell'intervallo di qualche giorno, la distribuzione di temperatura conseguente al solo calore di idratazione ed operare una sovrapposizione tra questa e quella fornita dalla soluzione di Boelter. Si trova in pratica che l'interazione clima-struttura e la produzione interna di calore possono essere considerate due processi che hanno scarsa influenza reciproca perché caratterizzati da velocità di svolgimento molto differenti.

7. Conclusioni

Sono stati presentati i risultati dell'analisi teorica del regime termico indotto dal calore di idratazione e dall'interazione con gli agenti climatici in strati di calcestruzzo di grande spessore gettati in aderenza a pareti massicce di calcestruzzo stagionato, variamente inclinate.

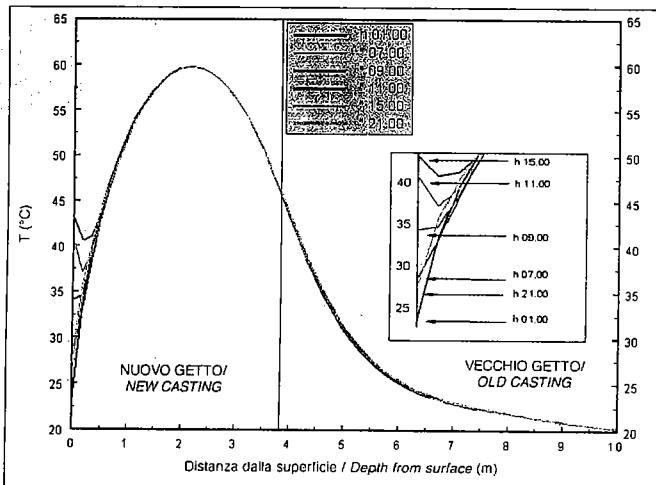


• Fig. 7 - Andamento temporale della temperatura in diverse sezioni del nuovo getto:
 a) soluzione analitica; b) soluzione numerica.
 • Fig. 7 - Time progress of temperature in different sections of the new casting:
 a) analytical solution; b) numerical solution

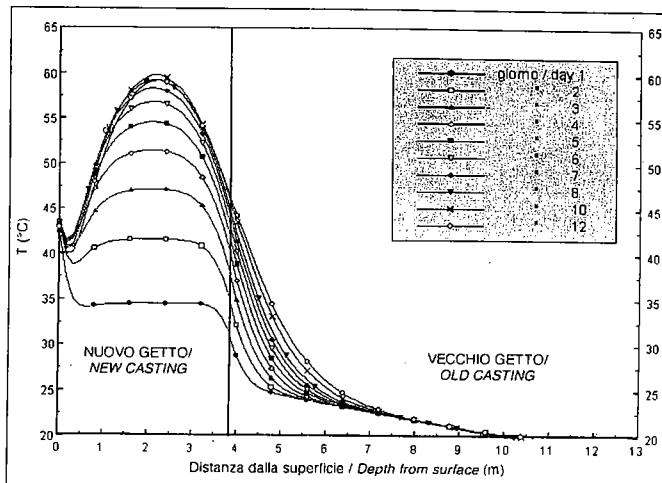
heat production and its surface dissipation is very small and practically negligible. As consequence, we can approximately regard as stationary, within the interval of few days, the temperature distribution caused just by hydration and operate a superposition between this latter and that given by Boelter's solution. It can be found in practice that the two processes of the interaction climate-structure and of the inner production of heat may be considered scarcely influencing each other because characterised by very different development speeds.

7. Conclusions

The results of the theoretical prediction of the thermal regime induced by the hydration heat and the interaction with the climate in very thick concrete volumes casted in adherence to pre-existing large generically oriented concrete walls, have been presented.



• Fig. 8 - Diagramma del profilo di temperatura in diverse ore del decimo giorno.
• Fig. 8 - Temperature distribution at different hours of the tenth day.



• Fig. 9 - Diagramma del profilo di temperatura alle ore 15 di diversi giorni di osservazione.
• Fig. 9 - Temperature profile at 3 p.m. of different observation days.

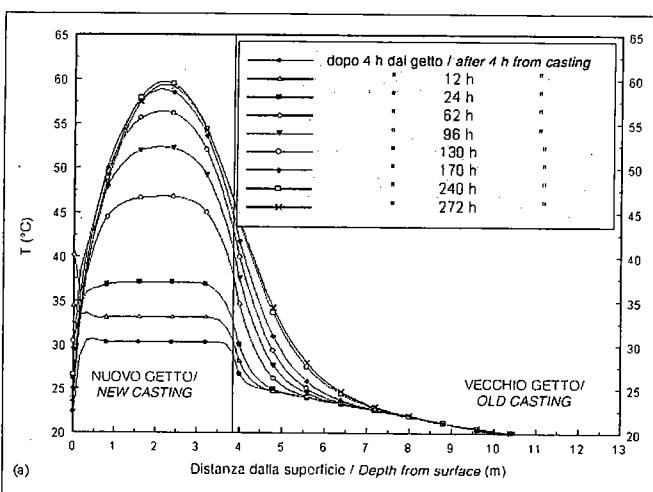
Il calcolo è stato eseguito per via analitica e numerica ed i risultati ottenuti con i due metodi, forniti sotto forma di diagrammi temporali e spaziali della distribuzione di temperatura, appaiono quasi perfettamente coincidenti dimostrando che la soluzione in forma chiusa di Boelter per il semispazio lambito da un fluido la cui temperatura oscilla nel tempo in modo stazionario, consente di ottenere una buona approssimazione della situazione reale.

L'esempio svolto, riguardante il sopralzo di una diga a gravità mediante un getto in aderenza di 384 cm di spessore, mostra che dopo 12 giorni dalla esecuzione del getto la maggior parte del calore di idratazione deve ancora essere smaltita. Il valore massimo raggiunto dalla temperatura è di 57°C e si verifica in corrispondenza del decimo giorno alla distanza di circa 250 cm dalla superficie libera.

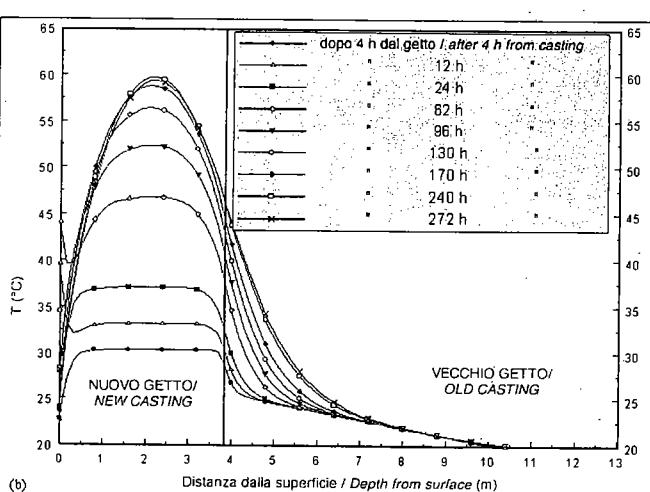
Calculations have been performed both analytically and numerically. The results obtained with the two procedures have been compared by means of graphs and diagrams and exhibit almost a complete coincidence, thus demonstrating that the closed form Boelter's solution of the half space lapped on by steady oscillating fluid is able to describe with a good approximation the real situation.

The worked example simulates the heightening of a gravity dam by means of an adherent 384 cm thick casting and shows that after 12 days from concreting, the greatest part of the hydration heat has still to be dissipated.

The maximum temperature value of 57°C is reached after ten days from the beginning of the casting operations at distance from the free surface of about 250 cm.



• Fig. 10 - Diagramma del profilo di temperatura in diversi istanti: a) soluzione analitica; b) soluzione numerica.
• Fig. 10 - Temperature profile at different instants: a) analytical solution; b) numerical solution.



Bibliografia/References

- [1] M.FROLI, L.SANPAOLESI: *Le azioni termiche climatiche sulle strutture in calcestruzzo: stato dell'arte e problemi aperti*, L'Industria Italiana del Cemento, N°641, 1990.
- [2] A.M.NEVILLE: *Le Proprietà del Calcestruzzo*, Manuali Sansoni, Firenze, 1980.
- [3] M.YAMAZAKI, T.MIYASHITA, H.MORIKAWA, Y.HAYAMI: *An Analytical Study on the Thermal Stress of Mass Concrete*, Kajima Institute of Construction Technology, KICT Report, N°57, Tokio, 1985.
- [4] R.SPRINGENSCHMID: *Die Ermittlung der Spannungen infolge von Schwinden und Hydratationswärme im Beton*, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10, 1984.
- [5] J.EIBL, G.PROMMERSBERGER, H.BACHMANN: *Rechnerische Erfassung des aus Hydratationswärme entstehenden Spannungszustands am Beispiel der Talbrücke Frauenwald*, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10, 1984.
- [6] M.ACHEMI, P.C. AÏTCIN: *Influence of Ambient and Fresh Concrete Temperatures on the Maximum Temperature and Thermal Gradient in a High-Performance Concrete Structure*, ACI Materials Journal N°2 March-April, 1997.
- [7] D.KAPILA, J.FALKOWSY, J.L. PLAWSKY: *Thermal Effects During the Curing of Concrete Pavements*, ACI Materials Journal, N°2 March-April, 1997.
- [8] A.A.KHAN, W.D.COOK, D.MITCHELL: *Thermal Properties and Transient Thermal Analysis of Structural Members during Hydration*, ACI Materials Journal, N°3 May-June, 1998.
- [9] S.JALALI, L.M.V. SANTOS: *L'effetto della temperatura di stagionatura sullo sviluppo della resistenza del calcestruzzo*, L'Industria Italiana del Cemento, N° 9, Settembre 1997.
- [10] R.SILVANO, F.FRONGIA, A.MONDARA, A.PIAZZA: *Repair Works at Flumendosa Arch Dam*, Commission Internationale des Grands Barrages, Dix-neuvième Congrès des Grands Barrages, Q.75, R.39, Firenze 1997.
- [11] A.A.KHAN, W.D.COOK, D.MITCHELL: *Creep, Shrinkage and Thermal Strains in Normal, Medium and High-Strength Concretes during Hydration*, ACI Materials Journal, N°2, March-April, 1997.
- [12] E.MIRABELL, F.PUJOL: *Estudio térmico-tensional de grandes volúmenes de hormigón frente a la acción del calor de fraguado*, Departamento Ingeniería de la Construcción, E.T.S.I.C.C. y P. de Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña. 1992.
- [13] H.FRANKE: *Temperaturverteilung und Wärmefluß in mehrschichtigen Wänden bei instationären Umgebungslufttemperaturen und Sonnenstrahlungen*, Bautechnik, Heft 7-8/1980.
- [14] T.ZICHNER: *Temperaturunterschied infolge Witterungseinfluß und Beheizung von massiven Brücken*, Forschung, Straßenbau und Technik, Heft 212, Kirschbaumverlag, Bonn, 1976.
- [15] M.N.ELBADRY, A. GHALI: *Non Linear Temperature Distribution and its Effects on Bridges*, IABSE Proc. P.66, 1983.
- [16] M.FROLI, N.HARIGA, G.NATI, M.ORLANDINI: *Longitudinal Thermal Behaviour of a Concrete Box Girder Bridge in Italy*, Structural Engineering International, N°4, 1996.
- [17] M.FROLI, P.FORMICHI: *Statistical Analysis of Temperature Measurements in the Leaning Tower of Pisa in Comparison with Theoretical Predictions*, Bautechnik, Heft 10, Oktober 2002.
- [18] C.N.R.: *Dati climatici per la progettazione edile ed impiantistica*, Appendice 1 alla "Guida al controllo energetico della progettazione", Roma, 1982.
- [19] DUEN-HO, CHI-HO-LIU: *Extreme Thermal Loading in Highway Bridges*, Journal of Structural Engineering, Vol.115, n° 7, July 1989.
- [20] L.M.K.BEELTER: *Heat Transfer Notes*, McGraw-Hill, 1965.
- [21] M.EMERSON: *The Calculation of the Distribution of Temperature in Bridges*, TRRL Report, LR 561, 1973.

Riassunto

Nella memoria si espone un approccio teorico, di tipo analitico, per la stima del decorso temporale e della distribuzione spaziale dei campi termici che sorgono per effetto del calore di idratazione e delle interazioni ambientali in getti massicci di calcestruzzo realizzati su getti preesistenti già completamente stagionati. La soluzione, ottenuta seguendo due procedimenti alternativi, descrive il fenomeno con una approssimazione che appare sufficiente per gli scopi di una successiva analisi del rischio di fessurazione precoce e conferma che le variazioni giornaliere degli scambi termici superficiali esercitano una importante influenza sulle distribuzioni di temperatura degli strati, prossimi al bordo libero, maggiormente esposti al pericolo di formazione di lesioni per effetti termici.

Zusammenfassung

Dieser Aufsatz zeigt eine analytische Bewertung für die Zeitvoraussage und die Flächenverteilung der Wärmefelder, die durch Hydratation und thermisches Zusammenspiel mit der Umwelt in umfangreichen Betonmassen, die auf existierenden vollkommen getrockneten Einschalungen realisiert sind, entstehen. Das Ergebnis, das mit Hilfe von zwei alternativen Vorgängen erreicht wurde, beschreibt das Phänomen mit einer Approximation, die für den Zweck einer nachfolgenden Risikoanalyse hinsichtlich eines frühzeitigen Bruchs ausreichend erscheint und bestätigt, dass die täglichen Veränderungen der oberflächlichen thermischen Wechsel einen wichtigen Einfluss auf die Temperaturverteilung der am freien Rand liegenden Schichten, die der Gefahr von Rissbildung am meisten ausgesetzt sind, ausübt.

Summary

The present paper illustrates a analytical approach for the prediction of time and space distributions of temperature fields originated by hydration and the thermal interaction with the environment in large concrete layers casted over massive, already aged concrete volumes. The solution, obtained with two alternative procedures, describes the phenomenon with a approximation that appears adequate for the subsequent risk analysis of premature cracking confirming that daily variations of surface heat exchanges influence significantly also in this case the temperature distributions of the layers, close to the free boundary, that are most endangered by thermal cracking.

Resumen

En el informe se presenta un estudio teórico, de tipo analítico, para la evaluación del proceso temporal y de la distribución espacial de los campos térmicos que se crean por efecto del calor de hidratación y de las interacciones ambientales en coladas macizas de hormigón, realizadas en coladas preexistentes ya totalmente curadas. La solución, obtenida siguiendo dos procedimientos alternativos, describe el fenómeno con una aproximación suficiente para poder realizar posteriormente un análisis del riesgo de fisuración precoz, y confirma que las variaciones diarias de los intercambios térmicos superficiales ejercen una influencia importante sobre las distribuciones de temperatura en las capas cercanas al borde libre, que están más expuestas al riesgo de formación de lesiones debido a efectos térmicos.

Résumé

Ce mémoire présente une approche théorique de type analytique, visant à estimer l'évolution temporelle et la distribution spatiale des champs thermiques, qui surgissent suite à la chaleur d'hydratation et aux interactions avec l'environnement chez les coulées massives de béton, obtenues sur des coulées pré-existantes, déjà entièrement vieillies. La solution en question, qui a été obtenue par application de deux processus alternatifs, décrit le phénomène avec une approximation qui apparaît suffisante en vue d'une analyse successive du risque de fissuration précoce, tout en confirmant aussi le fait que les variations journalières des échanges thermiques en surface exercent une influence importante sur les distributions de la température des couches qui sont proches du bord libre, et qui sont plus exposées au risque de formation de lésions, dues aux effets thermiques.

